

Le labyrinthe des automates

Les automates finis sont utilisés dans de nombreux dispositifs électronique de notre environnement quotidien : digicode, distributeurs, parking... Grâce à un labyrinthe, les élèves se familiarisent avec les diagrammes qui modélisent les différents états de l'automate.

TECHNIQUE

Trois séances (ou quatre pour les plus jeunes).

Classe entière, groupe de 3 ou 4 élèves.

Objectif : faire découvrir, manipuler et créer aux élèves des algorithmes textuels représentés par des automates finis.

Compétences travaillées :

- savoir utiliser une règle de codage pour traduire une information contenue dans un schéma ;
- mettre en œuvre un raisonnement, articuler les différentes étapes d'une solution ;
- formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement.

Prérequis : savoir lire un schéma utilisant des flèches directionnelles

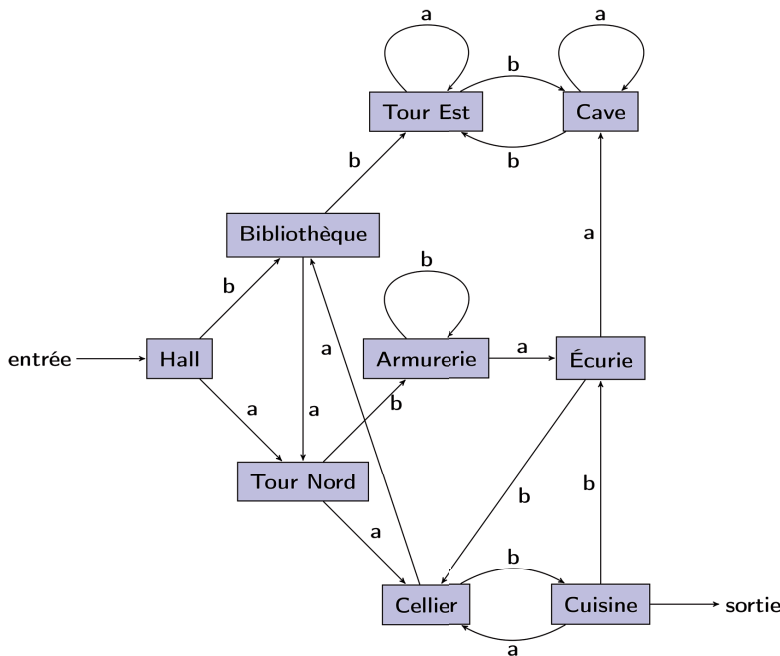
Séance 1 : le labyrinthe du château

L'objectif de cette première séance est d'aborder le principe général de fonctionnement d'un automate fini. Les élèves ont à leur disposition le plan d'un labyrinthe composé de neuf salles (Annexe B).

Les règles de fonctionnement sont données : on entre dans le labyrinthe par la salle indiquée par une flèche entrante ;

ici c'est le hall. Les salles permettant de sortir du labyrinthe sont indiquées par une flèche sortante ; ici il n'y en a qu'une, c'est la cuisine. De chaque salle partent deux couloirs à sens unique, nommés **a** et **b**, et allant vers une autre salle ou parfois revenant à la même salle.

Chaque déplacement est codé par une suite de lettres qui correspond à un cheminement dans le labyrinthe à partir de la salle d'entrée. Si, après avoir



suivi ce cheminement jusqu'au bout, on se trouve dans une salle permettant de sortir, on a gagné, sinon, on a perdu. Par exemple, à la suite **baabbb** correspond le chemin qui part du hall, et parcourt la bibliothèque, la tour Nord, le cellier, la cuisine, l'écurie et le cellier. Comme le cellier n'ouvre pas sur l'extérieur, on a perdu.

Par contre, à la suite **baabab** correspond le chemin hall, bibliothèque, tour Nord, cellier, cuisine, cellier et cuisine : ce chemin est gagnant.

Dans un premier temps, l'enseignant distribue aux élèves plusieurs suites de lettres (Annexe C), certaines permettant de sortir du château et d'autres pas. Ils suivent les chemins indiqués par les lettres avec le doigt ou en déplaçant un jeton, le temps d'assimiler les règles de déplacement. On leur demande de noter, pour chaque suite, la pièce d'arrivée. Ensuite, les élèves imaginent et écrivent ensemble une suite gagnante de 12 lettres ou plus. Un élève de

chaque groupe vient au tableau écrire la suite trouvée par son groupe. On constate qu'elles ne sont pas toutes identiques, on essaye de trouver des différences, des ressemblances.

En guise de bilan, l'enseignant peut initier une discussion par quelques questions : Avez-vous trouvé des stratégies permettant de fabriquer des suites gagnantes ? Avez-vous remarqué des couloirs à ne surtout pas prendre ? Que pensez-vous de toutes les suites qui commencent par **bb** ? Pouvez-vous trouver une suite aussi longue que l'on veut qui permette de sortir du labyrinthe ? Quelle est la suite de lettre la plus courte possible qui permet de sortir du labyrinthe ? Pourquoi ? (Solution p. ?)

Les élèves retiennent que des suites de lettres différentes permettent de parvenir à l'état final du jeu (la sortie du château), et qu'il y a un nombre infini de suites de lettres qui permettent d'atteindre cet état final. Toutes les autres suites sont perdantes.

Séance 1-bis pour les plus jeunes

L'activité « Les îles Aventureuses » permet de s'assurer des acquis de la séance sur le jeu du labyrinthe en faisant construire un automate fini.

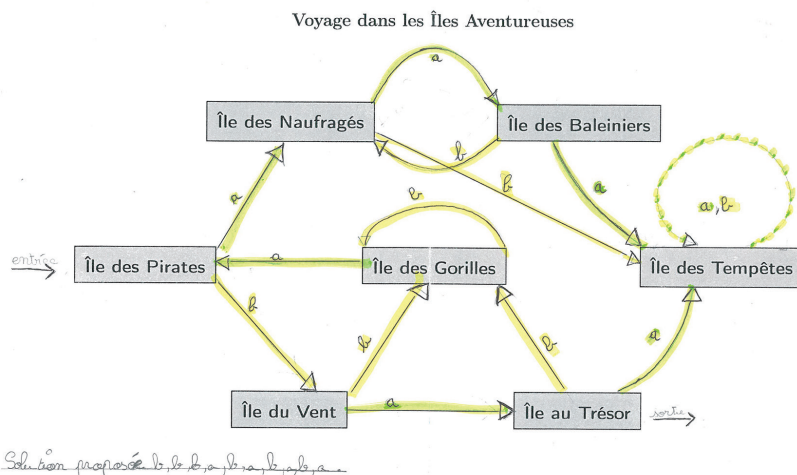
Pour commencer, chaque groupe d'élèves crée une carte de pirates à partir d'une carte vierge (Annexe B). Pour les déplacements d'une île à l'autre, on utilise les mêmes règles que celles du labyrinthe du château. On choisit une case de départ (Îles des Pirates), une case d'arrivée (Île au Trésor), et on essaye de dessiner une carte la plus intéressante possible. L'enseignant encourage la production de boucles, d'impasses, d'aller-retour, *etc.* Il fait éventuellement remarquer les grosses erreurs concernant l'utilisation des flèches de déplacement et les encourage à créer un nombre suffisant de déplacements entre les îles, tout en conservant une certaine clarté et une cohérence de l'ensemble. Ensuite, chaque groupe essaye d'anticiper un maximum de solutions gagnantes.

Puis les groupes échangent leurs cartes, et chacun teste la carte qu'il a reçue.

Les cartes qui ne sont pas conformes aux règles établies en début de séance sont remises à leurs propriétaires pour correction. Pour les cartes correctes, les groupes qui réussissent à atteindre la case d'arrivée notent la combinaison de *a* et de *b* qu'ils ont utilisée et la présentent au groupe qui a créé la carte. Celui-ci vérifie si la solution proposée est bien dans la liste des solutions possibles qu'il avait prévue. Finalement, les cartes sont affichées au tableau et commentées par l'enseignant et les élèves : erreurs de conception, originalité et richesse du réseau de déplacement, *etc.*

Sur la carte ci-contre, par exemple, les règles sont bien respectées, puisqu'il y a exactement une flèche *a* et une flèche *b* qui part de chacune des îles.

L'Île des Tempêtes est un cul-de-sac, puisqu'il n'y a aucune flèche qui permette d'en sortir. On peut voir aussi que dès qu'on arrive dans l'Île des Naufragés, on ne pourra plus jamais atteindre le but (l'Île au Trésor), puisque la partie composée de l'Île des Naufragés, de l'Île des Baleiniers et de l'Île



des Tempêtes est isolée du reste de la carte. À partir du départ (l'Île des Pirates), il ne faut surtout pas commencer par un **a**, pour pouvoir espérer arriver au but, il faut obligatoirement commencer par un **b**, et donc aller à l'Île du Vent.

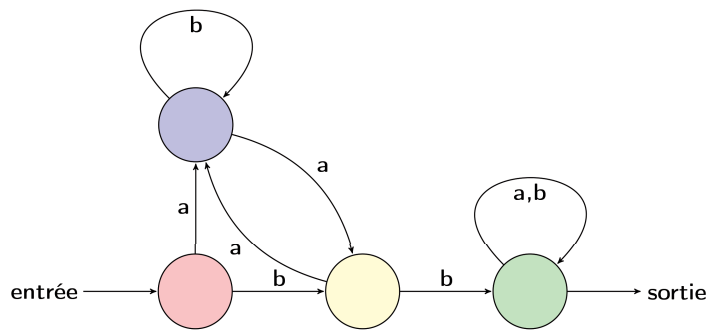
La seule façon d'atteindre l'Île au Trésor, c'est de venir de l'Île du Vent en suivant la flèche **a** donc pour pouvoir sortir, il faut absolument terminer par un **a**.

En guise de conclusion, l'enseignant peut dire par exemple que le travail sur la carte se rapproche du travail d'un vrai programmeur informatique qui doit modéliser sa future machine avant de la construire, en envisageant tous les cas auxquels elle sera confrontée en fonction des actions de ses utilisateurs.

Séance 2 : des exemples réels

L'enseignant dessine au tableau le plan du petit labyrinthe et demande aux élèves de proposer des suites gagnantes de plus en plus longues, et en propose lui-même.

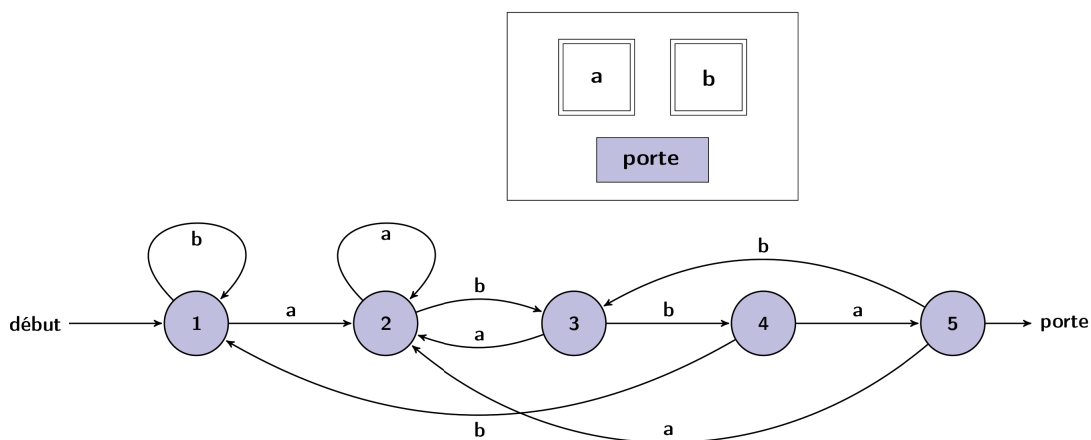
L'objectif est ici que les élèves en viennent à énoncer collectivement une règle de construction des suites gagnantes aussi complète et précise que possible. Par exemple : « *on peut commencer par **bb** et ensuite faire n'importe quoi, ou bien commencer par **a** ou par **ba** et ensuite faire autant de **b** et de **aa** qu'on veut, puis après faire un **ab** et après ça on termine par tout ce qu'on veut.* » L'enseignant insiste sur le fait qu'on arrive à trier toutes les suites de lettres dans deux groupes disjoints : celles qui permettent de sortir et les autres.



Qu'est-ce qu'un automate fini ?

Un automate fini permet de représenter certains algorithmes très simples portant sur des chaînes de caractères et calculant une réponse « oui » ou « non » à une question posée. Plus précisément, un automate fini modélise un système qui est susceptible de se trouver dans un nombre fini d'états différents, et dont le passage d'un état à un autre est régi par des événements (internes ou externes). Les états du système représentent la mémoire utilisée par l'algorithme. L'algorithme correspond à la description des passages d'un état à un autre. L'automate est souvent représenté à l'aide d'un schéma. Ces algorithmes travaillent avec une mémoire de taille fixe (correspondant aux différents états de l'automate), indépendamment de la chaîne de caractères qui leur est donnée en entrée, et donnent leur réponse après avoir lu une seule fois cette entrée du début à la fin, sans jamais s'arrêter ni revenir en arrière. On appelle ces algorithmes des automates, parce qu'ils permettent entre autres de modéliser le fonctionnement de nombreuses machines.

La suite de la séance peut être introduite par la question « *Finalement, pensez-vous que vous venez vraiment de faire de l'informatique ?* » Le comportement de nombreuses machines électroniques ou non, et de programmes, qui ont pour rôle de recon-



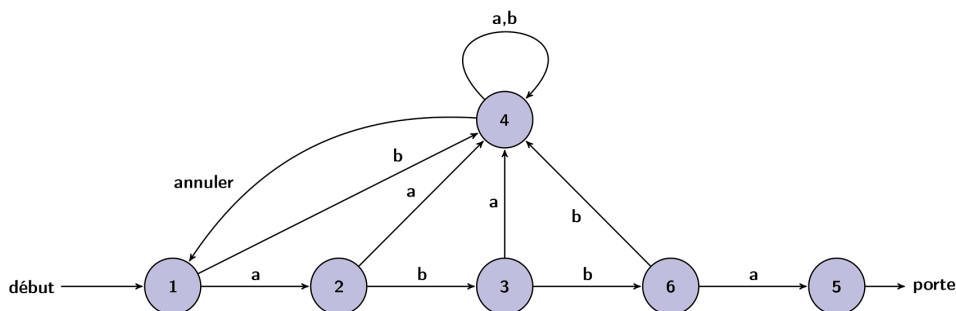
naître automatiquement des suites de lettres (ou de chiffres) particulières se représente par des schémas du même type que ces labyrinthes. On en trouve dans des objets de la vie de tous les jours (un digicode, un distributeur de boissons ou de billets), et dans des fonctions très courantes des ordinateurs. L'enseignant illustrera son propos en dessinant au tableau le schéma du digicode (simplifié) à deux touches et l'automate (le labyrinthe) associé. Il explique que l'automate représente le comportement du dispositif ci-dessus.

La classe détermine collectivement quel est le code qui permet de débloquent le bouton d'ouverture de la porte (*abba*), et ce qui se passe si on

se trompe (rien de particulier, la porte s'ouvre sitôt qu'on tape une suite de lettres qui se termine par *abba*).

Les élèves demandent quelquefois si, en ouvrant le boîtier, on verrait le schéma. Réponse : Non pas directement, on verrait seulement un dispositif électronique ou mécanique. Une autre question concerne les digicodes qui « se bloquent » si on ne tape pas le bon code, jusqu'à ce qu'on appuie sur le bouton « annuler ». Il existent effectivement et on peut proposer d'en chercher collectivement le schéma (voir ci-dessous).

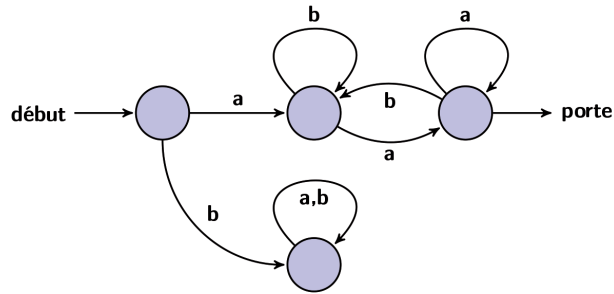
D'autres exemples d'automates sont proposés, à titre d'exemples, en annexe (Annexe D).



Séance 3 : Les digicodes à deux touches

L'objectif de cette séance est d'aborder la modélisation d'un automate fini. Pour cela, on décortique la description en français d'un ensemble de codes pour en déduire le schéma de comportement d'un digicode qui reconnaît ces codes et seulement ceux-là.

L'enseignant choisit un digicode (par exemple, celui qui ouvre la porte pour tous les codes qui commencent et finissent par un **a** et seulement pour ceux-là) et dessine au tableau l'automate correspondant avec l'aide des élèves. On commence par dessiner l'état initial. Si la première lettre est un **a**, tout va bien et on passe dans l'état suivant, appelons-le **début a**. Mais si la première lettre est un **b**, il est certain que le code n'est pas bon, et on va à l'état **poubelle**. Quand on est dans l'état **poubelle**, on ne peut jamais en sortir, donc les transitions étiquetées **a** et **b** bouclent dans cet état. Quand on est dans l'état **début a**, si on tape un autre **a** et qu'on s'arrête là, le code **aa** est bon, donc on arrive dans l'état terminal. Quand on tape un **b** à partir de l'état **début a**, il ne se passe rien de spécial, on reste dans le même état. Quand on est dans l'état terminal, si on continue à taper des lettres **a**, on reste dans cet état. Par contre, si on tape un **b**, on retourne dans l'état **début a**, en attendant le prochain **a**. En suivant ce raisonnement, on obtient le schéma ci-après :



Chaque groupe est ensuite invité à faire un (presque) vrai travail d'informaticien : dessiner des automates pour des digicodes qui ouvriront la porte pour des ensembles de codes définis à l'avance. Il est possible de proposer le même type de code à toute la classe, ou bien de poser une question différente à chaque groupe, en utilisant les cartes-questions fournies en Annexe E. L'enseignant vérifie avec les élèves que la forme des codes attendue est bien comprise (surtout sur l'emploi des mots « et », « puis », « ou », « au moins », *etc.*). Les groupes qui ont fini à l'avance peuvent alors venir chercher une autre carte. Sur chaque carte, il est proposé de commencer par faire une liste de quelques suites de lettres permettant d'ouvrir la porte et de quelques unes ne le permettant pas, pour amorcer la réflexion et de vérifier que le schéma proposé est correct.

M. M.

Cette activité a été créée par le groupe
"Faire de l'informatique sans ordinateur à l'école et au collège" de l'IREM/MPSA de Clermont-Ferrand

ADAPTATION

- * Pour le cycle 2 on s'arrêtera aux séances 1 et 1-bis
- * En lycée il est inutile de faire les séances 1 et 1-bis. On pourra, par contre, insister sur l'aspect modélisation de scénarios de jeux (les « lettres » sont les actions des joueurs), comme dans le cas de l'automate qui compte les points au tennis. Par ailleurs le contenu des séances 2 et 3 fait partie d'un cours de première année d'IUT d'informatique, l'habillage « digicode » en moins...