

Découverte des graphes pour modéliser des réseaux



ISO

Organiser une fête

Objectif

Inviter **le plus** d'amis possible !



Organiser une fête

Objectif

Inviter **le plus** d'amis possible ! En **évitant les conflits...**



Avis opposés sur
Billie Eilish



Il trouve
Sanji cool...



Imbroglia
de couples



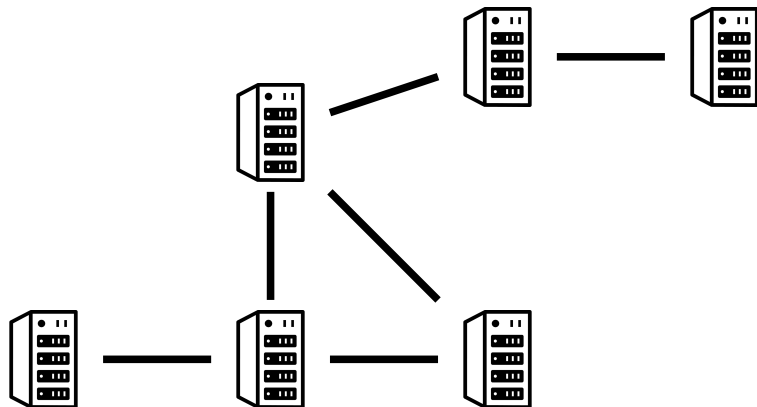
Il n'a pas de visage c'est creepy aaaah



Faciliter du calcul parallèle

Objectif

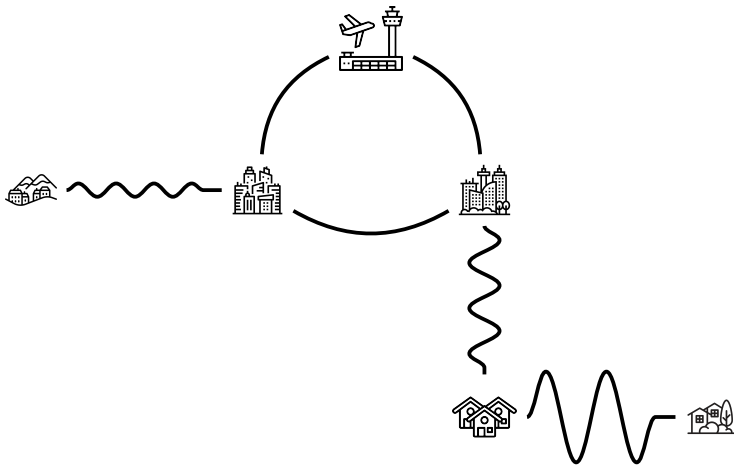
Trouver **un gros** cluster pour accélérer les échanges de données.



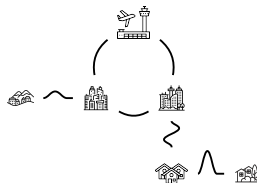
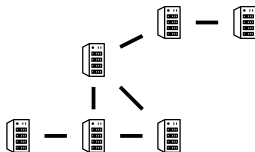
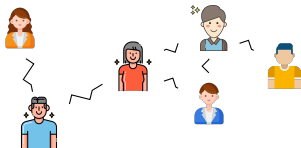
Permettre des interventions en cas d'accidents

Objectif

Placer **le moins** de véhicules de secours pour couvrir les routes.



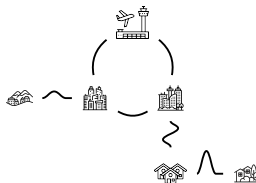
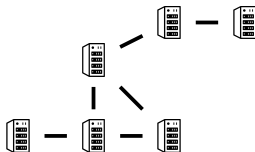
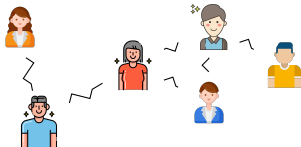
Un même modèle : les graphes



Un même modèle : les graphes

Définition

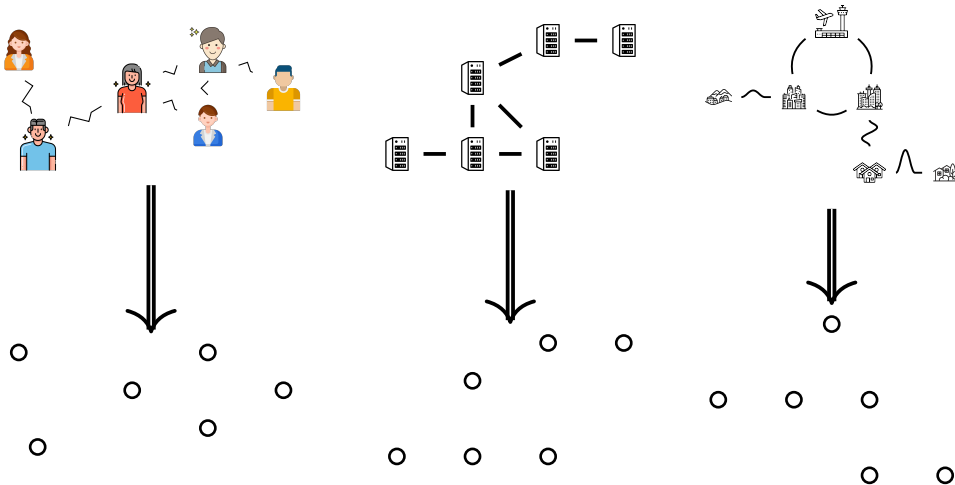
Un **graphe** est défini par



Un même modèle : les graphes

Définition

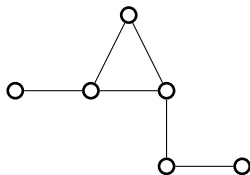
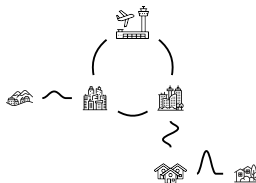
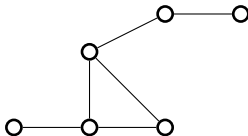
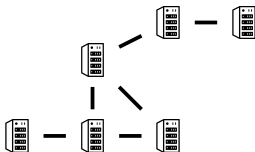
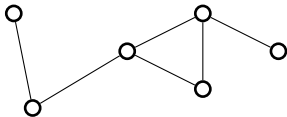
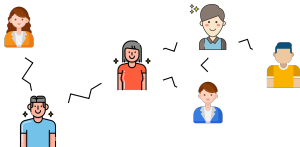
Un **graphe** est défini par ses **sommets** (les objets)



Un même modèle : les graphes

Définition

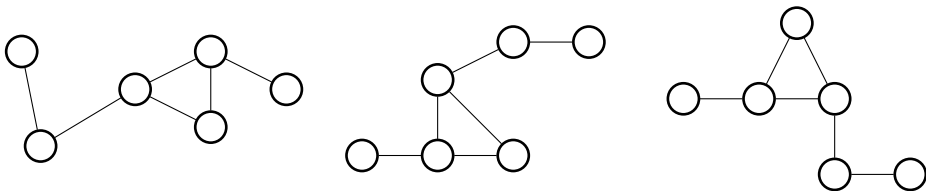
Un **graphe** est défini par ses **sommets** (les objets) et ses **arêtes** (les relations).



Note sur les graphes

IMPORTANT

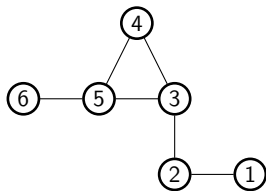
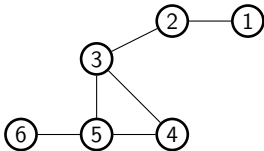
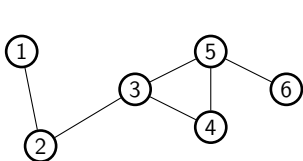
La position des sommets n'a pas d'importance ! (Sauf pour rendre le dessin plus joli)



Note sur les graphes

IMPORTANT

La position des sommets n'a pas d'importance ! (Sauf pour rendre le dessin plus joli)

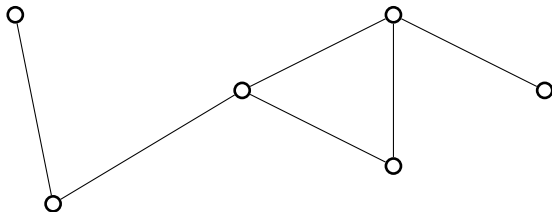


Il s'agit bien trois fois du même graphe !

Retour sur la fête

Objectif

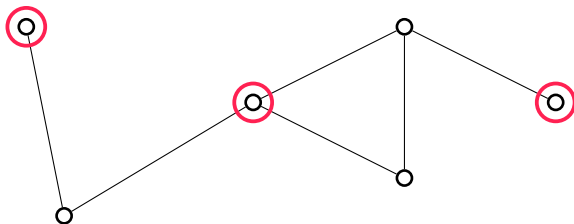
Inviter **le plus** d'amis possible en **évitant les conflits**.



Retour sur la fête

Objectif

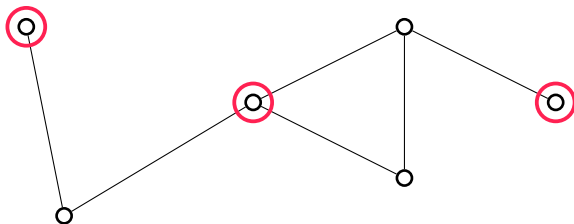
Inviter **le plus** d'amis possible en **évitant les conflits**.



Retour sur la fête

Objectif

Inviter **le plus** d'amis possible en **évitant les conflits**.



Définition

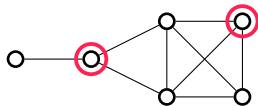
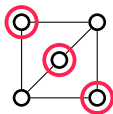
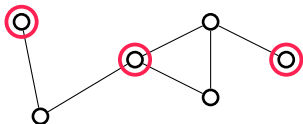
Ensemble indépendant = sommets sans aucune arête entre eux

On cherche donc un
ensemble indépendant le plus grand possible

Activité : trouver le plus grand ensemble indépendant

Définition

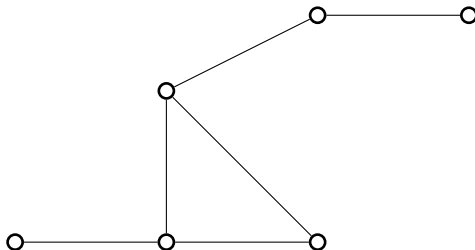
Ensemble indépendant = sommets sans aucune arête entre eux



Retour sur les clusters

Objectif

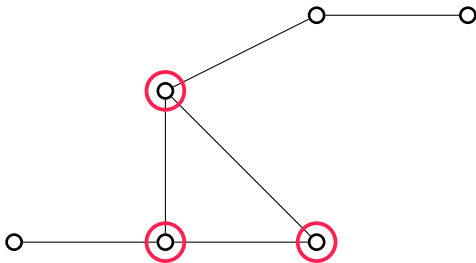
Trouver **un gros** cluster pour accélérer les échanges de données.



Retour sur les clusters

Objectif

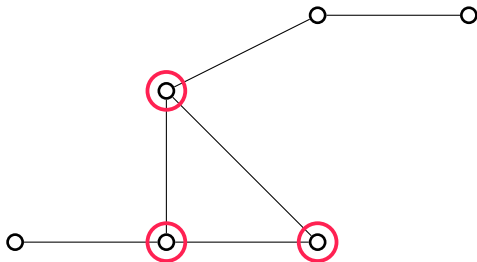
Trouver **un gros** cluster pour accélérer les échanges de données.



Retour sur les clusters

Objectif

Trouver **un gros** cluster pour accélérer les échanges de données.



Définition

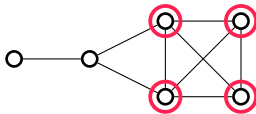
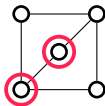
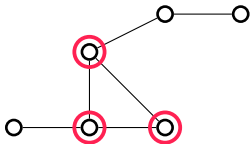
Clique = sommets tous reliés les uns aux autres

On cherche donc une
clique la plus grande possible

Activité : trouver la plus grande clique

Définition

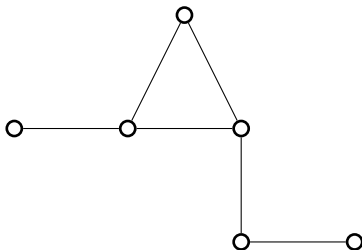
Clique = sommets tous reliés les uns aux autres



Retour sur les secours

Objectif

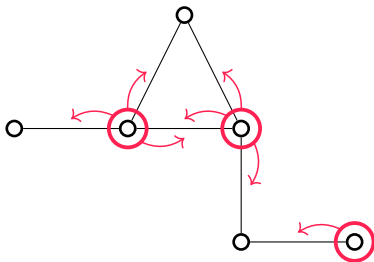
Placer **le moins** de véhicules de secours pour couvrir les routes.



Retour sur les secours

Objectif

Placer **le moins** de véhicules de secours pour couvrir les routes.



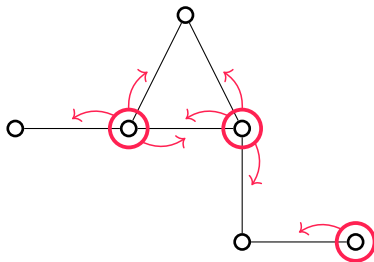
Chaque arête est
couverte

(une même arête peut être
couverte deux fois)

Retour sur les secours

Objectif

Placer **le moins** de véhicules de secours pour couvrir les routes.



Chaque arête est
couverte

(une même arête peut être
couverte deux fois)

Définition

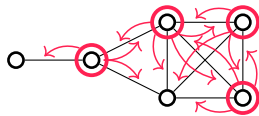
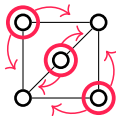
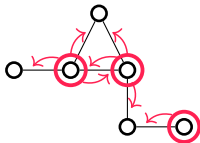
Couverture par sommets = sommets qui, tous ensemble, voient toutes les arêtes

On cherche donc une
couverture par sommets la plus petite possible

Activité : trouver la plus petite couverture par sommets

Définition

Couverture par sommets = sommets qui, tous ensemble, voient toutes les arêtes

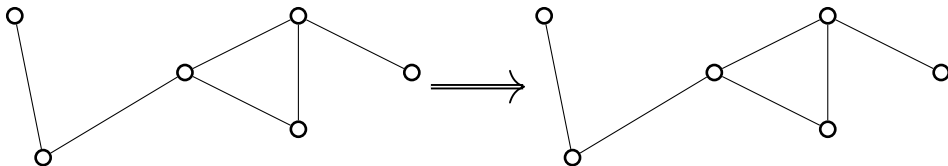


Transformer un graphe

Définition

Complémentaire d'un graphe :

- ▶ Là où il y avait une arête \Rightarrow On l'enlève
- ▶ Là où il n'y avait pas d'arête \Rightarrow On l'ajoute

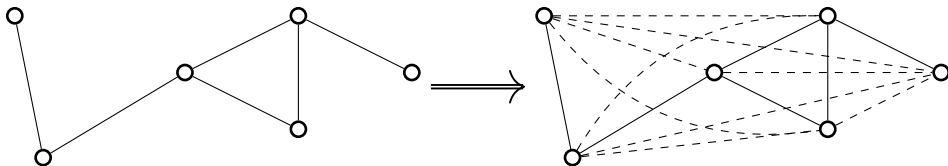


Transformer un graphe

Définition

Complémentaire d'un graphe :

- ▶ Là où il y avait une arête \Rightarrow On l'enlève
- ▶ Là où il n'y avait pas d'arête \Rightarrow On l'ajoute

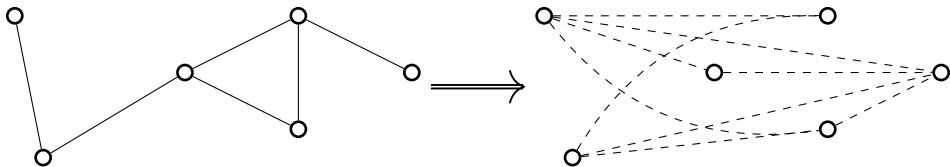


Transformer un graphe

Définition

Complémentaire d'un graphe :

- ▶ Là où il y avait une arête \Rightarrow On l'enlève
- ▶ Là où il n'y avait pas d'arête \Rightarrow On l'ajoute

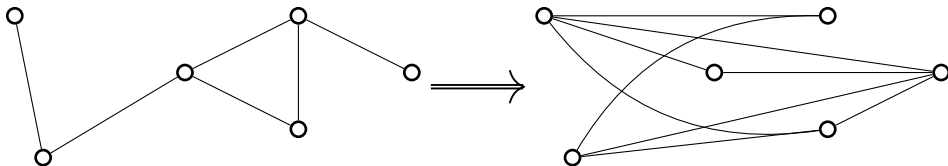


Transformer un graphe

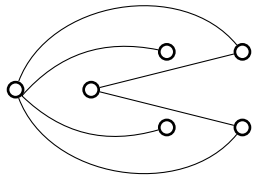
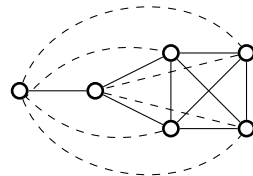
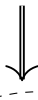
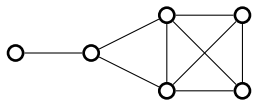
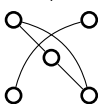
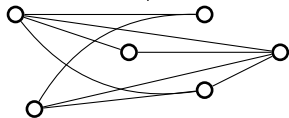
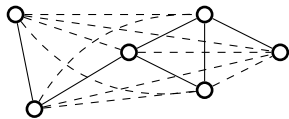
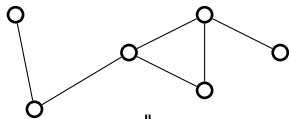
Définition

Complémentaire d'un graphe :

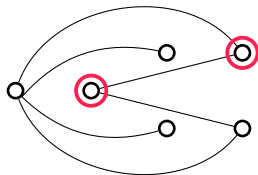
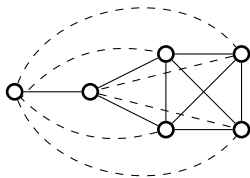
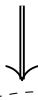
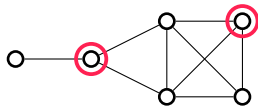
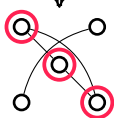
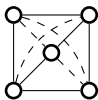
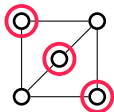
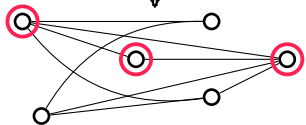
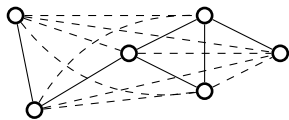
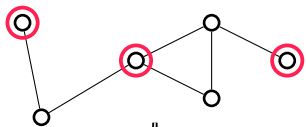
- ▶ Là où il y avait une arête \Rightarrow On l'enlève
- ▶ Là où il n'y avait pas d'arête \Rightarrow On l'ajoute



Activité : construire le complémentaire



Activité : construire le complémentaire, retrouver l'indépendant et le reporter



Résumé

Ce qu'on a appris

- ▶ Les **graphes** sont un modèle générique pour différentes situations où des **objets** sont **en relation**
- ▶ Des questions concrètes se traduisent par des problèmes de graphes
- ▶ On peut **transformer** les graphes pour aider à résoudre les problèmes

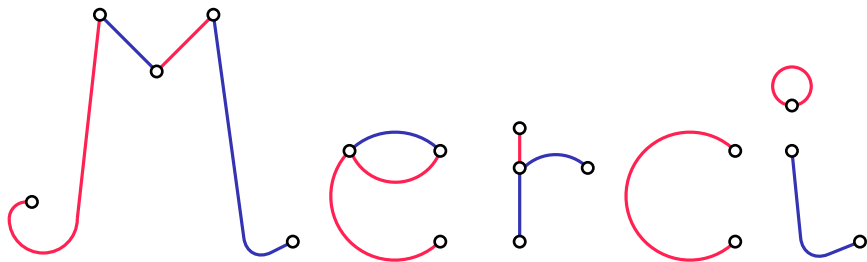
Résumé

Ce qu'on a appris

- ▶ Les **graphes** sont un modèle générique pour différentes situations où des **objets** sont **en relation**
- ▶ Des questions concrètes se traduisent par des problèmes de graphes
- ▶ On peut **transformer** les graphes pour aider à résoudre les problèmes

Pour aller plus loin

- ▶ Cheminement dans les graphes : le problème des **ponts de Königsberg**
- ▶ Coloration et structure : combien de **couleurs** sont **nécessaires et suffisantes** pour **colorier une carte sans que deux régions adjacentes aient la même couleur** ?



Conception et rédaction par Antoine Dailly et Florent Foucaud,
avec l'aide et la relecture du groupe ISO.

Crédits images : Flaticon.com, Uxwing.com, Turgay Gasimli, Nhor
Phai, itim2101, cahiwak, Eucalyp, monkik, Valentin Gledel.